

Name:

Datum:

1. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgabe zu Potenzgesetzen und Wurzeln:

Berechne und vereinfache so weit wie möglich; bestimme die maximalen Definitionsbereiche aller Variablen.

a) $3x^{-1} \cdot 8x^{-1}$

b) $72 c^{4k} : 9 c^{5k}$

c) $\left(\frac{1}{x^5} + \frac{x^2}{2}\right) \cdot 4x^4$

d) $\sqrt{\frac{a^2}{b^4}}$

e) $\frac{(a^{\frac{3}{4}} \cdot b^2)^4}{(2a^{-4} \cdot c^5)^2}$

f) $\frac{a^n \cdot b^{n+1}}{a^{n+k} \cdot b^{k+1}}$

Ergebnisse zu Aufgabe 1:

a) $= 3 \cdot 8 \cdot x^{-1+(-1)} = 24x^{-2}; \quad x \in \mathbf{D} = \mathbf{R} \setminus \{0\}$

b) $= 72 : 9 \cdot c^{4k-5k} = 8 c^{-k}; \quad c \in \mathbf{D} = \mathbf{R} \setminus \{0\}; \quad k \in \mathbf{R}$

c) $= \frac{4x^4}{x^5} + \frac{x^2 \cdot 4x^4}{2} = \frac{4}{x} + 2x^6; \quad x \in \mathbf{D} = \mathbf{R} \setminus \{0\}$

d) $= \sqrt{\frac{a^2}{b^4}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^4}} = \frac{|a|}{b^2}; \quad a, b \in \mathbf{D} = \mathbf{R} \text{ und } b \neq 0$

e) $= \frac{a^3 \cdot b^8}{4a^{-8} \cdot c^{10}} = \frac{a^{11} \cdot b^8}{4 \cdot c^{10}}; \quad a \in \mathbf{R}^{>0} \text{ („Wurzelradikand“); } b \in \mathbf{R} \text{ und } c \in \mathbf{R} \setminus \{0\} \text{ („Nenner“)}$

f) $= a^{n-(n+k)} \cdot b^{n+1-(k+1)} = a^{-k} \cdot b^{n-k} = \frac{b^n}{(ab)^k}; \quad a, b \in \mathbf{R} \setminus \{0\} \text{ („Nenner“); } n, k \in \mathbf{R}$

2. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgabe zu Brüchen, Wurzeln und Definitionsbereichen:

Schreibe zuerst als Bruch bzw. Wurzel. Bestimme die maximalen Definitionsmengen $\mathbf{D} \subseteq \mathbf{R}$.

a) $(x-2)^{-1}$

b) $(5a+2)^{\frac{1}{2}}$

c) $\left((y^2+5)^{\frac{1}{2}}\right)^{-3}$

d) $(2x-3)^{\frac{4}{3}}$

Ergebnisse zu Aufgabe 2:

a) $= \frac{1}{(x-2)}; \quad x \in \mathbf{D} = \mathbf{R} \setminus \{2\}, \text{ da } x-2=0 \text{ für } x=2 \text{ gilt.}$

b) $= \sqrt{5a+2}; \quad a \in \mathbf{D} = \mathbf{R}^{\geq -\frac{2}{5}}, \text{ da } 5a+2 \geq 0 \dots \text{ für alle } a \geq -\frac{2}{5} \text{ gilt.}$

c) $= \frac{1}{\sqrt{y^2+5}^3}; \quad y \in \mathbf{D} = \mathbf{R}, \text{ da } y^2+5 \geq 0 \text{ für alle } y \text{ gilt.}$

d) $= \left[\sqrt[3]{(2x-3)}\right]^4; \quad x \in \mathbf{D} = \mathbf{R}^{\geq 1,5}, \text{ da } 2x-3 \geq 0 \dots \text{ für alle } x \geq 1,5 \text{ gilt.}$
oder: $= \sqrt[3]{(2x-3)^4}; \quad x \in \mathbf{D} = \mathbf{R},$

Name:

Datum:

3. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgabe zu Funktionen, Nullstellen und Werten der Funktion:

Löse die jeweils formulierten Aufgaben. Gib die Ergebnis an. (**keine Zeichnung!!**)

- a) $f_1(x) = 0,5x - 7,5$; $D_{f_1} = \mathbf{R}$; Bestimme die Nullstelle und den Wert an der Stelle -18 .
- b) $f_2(x) = \frac{1}{2x^4}$; $D_{f_2} = \mathbf{R}$; An welchen Stellen hat die Funktion den Wert $+648$?
- c) $f_3(x) = 9x^2 - 72x + 20$; $D_{f_3} = \mathbf{R}$; In welchem Punkt schneidet der Graph G_{f_3} die x-Achse?
- d) $f_4(x) = 7x^3 - 56x^2$; $D_{f_4} = \mathbf{R}$; Berechnen Sie die Nullstelle.

Ergebnisse zu Aufgabe 3:

a)

$$\begin{aligned} \text{Gesucht sind } f(x_0) = 0 \quad \text{und} \quad f(-18) = y \\ 0,5x_0 - 7,5 = 0 \quad \text{und} \quad 0,5(-18) - 7,5 = -16,5 \\ x_0 = 15 \end{aligned}$$

Die Nullstelle ist $x_0 = 15$ und der Funktionswert an der Stelle -18 ist $-16,5$.

b) Gesucht sind die Stellen x (x-Werte), für die gilt: $f_2(x) = +648$.

$$\begin{aligned} f_2(x) &= +648 \\ \frac{1}{2x^4} &= +648 \quad | \cdot \frac{x^4}{648} \\ \frac{1}{1296} &= x^4 \quad | \sqrt[4]{\dots} \\ \frac{1}{6} &= |x| \\ x_{1;2} &= \pm \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Die Funktion f_2 hat an den Stellen $x_{1;2} = \pm \frac{1}{6}$ den Wert $+648$.

c) Gesucht sind die Stellen x_0 (x-Werte), für die gilt: $f_3(x_0) = 0$.

$$\begin{aligned} 9x_0^2 - 72x_0 + 20 &= 0 & | :9 \\ x_0^2 - 8x_0 + \frac{20}{9} &= 0 & | p = -8; q = +\frac{20}{9} \end{aligned}$$

$$\text{Diskriminante } D = \dots = 13\frac{7}{9} > 0$$

$$x_{1;2} = 4 \pm \sqrt{13\frac{7}{9}} = 4 \pm \frac{2}{3}\sqrt{31}$$

In den Punkten $N_1 \left(4 - \frac{2}{3}\sqrt{31} \mid 0\right)$ und $N_2 \left(4 + \frac{2}{3}\sqrt{31} \mid 0\right)$ schneidet der Graph die x-Achse.

d) Wie a)

$$\begin{aligned} 7x_0^3 - 56x_0^2 &= 0 & | \text{faktorisieren} \\ 7x_0^2(x_0 - 8) &= 0 \\ x_0 = 0 \in \mathbf{R} \quad \text{oder} \quad x_0 = 8 \in \mathbf{R} \end{aligned}$$

Die Nullstellen sind $x_{01} = 0$ und $x_{02} = 8$.

Name:

Datum:

4. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgaben zum Skizzieren von Funktionsgraphen:

Skizziere ohne weitere Berechnung den Graphen der folgenden Funktionen in je ein geeignetes KS. Begründe dein methodisches Vorgehen.

- a) $g_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - 3$; $x \in \mathbf{D} = \mathbf{R}$
- b) $g_2(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2$; $x \in \mathbf{D} = \mathbf{R}$
- c) $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 2,5$; $x \in \mathbf{D} = \mathbf{R}$
- d) $f_2(x) = \frac{1}{2}(x + 2)^3 - 2$; $x \in \mathbf{D} = \mathbf{R}$

Ergebnisse zu Aufgabe 4:

- a)
 - 1. wegen x^4 ist die Grundfunktion g_1 eine Parabel 4. Grades der Graph G_{g_1} ist „eckiger“
 - 2. wegen -3 ist G_{g_1} um 3 nach unten verschoben Scheitelpunkt $S_1(0 | -3)$
 - 3. wegen $a = \frac{1}{2}$ ist G_{g_1} gestaucht und nach oben geöffnet von S eins nach re./li. und 0,5 nach oben
- b)
 - 1. wegen $(x - 2)^2$ ist die Grundfunktion g_2 Parabel 2. Grades G_{g_2} ist „normal“
 - 2. wegen $(x - 2)$ ist G_{g_2} um 2 in x-Richtung verschoben Scheitelpunkt $S_2(2 | 0)$
 - 3. wegen $a = -\frac{1}{2}$ ist G_{g_2} gestaucht und nach unten geöffnet von S eins nach re./li. und 0,5 nach unten
- c)
 - 1. wegen x^1 ist f_1 eine lineare Funktion der Graph ist eine Gerade
 - 3. wegen $m = -\frac{2}{3}$ ist die Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}$
 - 2. wegen $n = +2,5$ ist der y-Achsenabschnitt $+2,5$ $P_0(0 | +2,5)$
- d)
 - 1. wegen $(x + 2)^3$ ist die Grundfunktion f_2 Parabel 3. Grades G_{f_2} ist eine Wendeparabel
 - 2. wegen $(x + 2)$ ist G_{f_2} um -2 in x-Richtung verschoben (um 2 nach links)
 - 3. wegen -2 ist G_{f_2} um -2 in y-Richtung verschoben der Sattelpunkt ist $S(-2 | -2)$
 - 4. wegen $a = \frac{1}{2}$ ist G_{f_2} gestaucht und $f_2(x)$ „läuft“ von $-\infty$ nach $+\infty$

Name:

Datum:

5. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgaben zu Grundlagen: Rechnen mit Termen:

Berechne und fasse so weit wie möglich zusammen:

a) $(2a - 3b)^2 + (2a + 3b)^2$

b) $(4p + 5q)^2 - (4pq - 25q^2)$

c) $6a^2 + (3b)^2 + (2a - 7b)^2 - b$

d) $(2r + 5s)^2 - (7r - 3s)^2 - 8ba + a$

e) $(2x + 1)^2 - (3x - 2)^2 + (4x - 9)^2$

f) $(5a - 2b)(5a + 2b) - (3a - 2b)^2$

Ergebnisse zu Aufgabe 5:

a) $(2a - 3b)^2 + (2a + 3b)^2$ | Binomische Formeln ausrechnen
= $4a^2 - 12ab + 9b^2 + 4a^2 + 12ab + 9b^2$ | gleiche Terme zusammenfassen
= $8a^2 + 18b^2$

b) $(4p + 5q)^2 - (4pq - 25q^2)$ | Binomische Formeln ausrechnen
= $16p^2 + 40pq + 25q^2 - (4pq - 25q^2)$ | Klammer auflösen
= $16p^2 + 40pq + 25q^2 - 4pq + 25q^2$ | gleiche Terme zusammenfassen
= $16p^2 + 36pq + 50q^2$

c) $6a^2 + (3b)^2 + (2a - 7b)^2 - b$ | Binomische Formeln ausrechnen
= $6a^2 + 9b^2 + 4a^2 - 28ab + 49b^2 - b$ | gleiche Terme zusammenfassen
= $10a^2 - 28ab - b + 58b^2$

d) $(2r + 5s)^2 - (7r - 3s)^2 - 8ba + a$ | Binomische Formeln ausrechnen
= $4r^2 + 20rs + 25s^2 - (49r^2 - 42rs + 9s^2) - 8ba + a$ | Klammer auflösen
= $4r^2 + 20rs + 25s^2 - 49r^2 + 42rs - 9s^2 - 8ba + a$ | gleiche Terme zusammenfassen
= $16s^2 + 62rs - 45r^2 - 8ba + a$

e) $(2x + 1)^2 - (3x - 2)^2 + (4x - 9)^2$ | Binomische Formeln ausrechnen
= $4x^2 + 4x + 1 - (9x^2 - 12x + 4) + (16x^2 - 72x + 81)$ | Klammer auflösen
= $4x^2 + 4x + 1 - 9x^2 + 12x - 4 + 16x^2 - 72x + 81$ | gleiche Terme zusammenfassen
= $11x^2 - 56x + 78$

f) $(5a - 2b)(5a + 2b) - (3a - 2b)^2$ | Bin. Formel und Klammer auflösen
= $25a^2 - 4b^2 - (9a^2 - 12ab + 4b^2)$ | Klammer auflösen
= $25a^2 - 4b^2 - 9a^2 + 12ab - 4b^2$ | gleiche Terme zusammenfassen
= $16a^2 + 12ab - 13b^2$

Name:

Datum:

6. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgaben zu Grundlagen: Faktorisieren

Faktorisiere folgende Terme so weit wie möglich.

a) $x^2 + 4x + 4$

b) $3b^2 - 75$

c) $6uv + u^2 + 9v^2$

d) $-24mn + 12m^2 + 12n^2$

e) $18b^2 + 3ab$

f) $24a^3b + 8ab - 40ab^2$

Ergebnisse zu Aufgabe 6:

a) $x^2 + 4x + 4$ | 1. Bin. Formel
= $(x + 2)^2$

b) $3b^2 - 75$ | faktorisieren; d.h. 3 ausklammern (Distributivgesetz [DG])
= $3(b^2 - 25)$ | faktorisieren mit der 3. Bin.F.
= $3(b - 5)(b + 5)$

c) $6uv + u^2 + 9v^2$ | Sortieren mit dem Kommutativgesetz
= $u^2 + 6uv + 9v^2$ | faktorisieren mit der 1. Bin.F.
= $(u + 3v)^2$

d) $18b^2 + 3ab$ | $3b$ ausklammern (Distributivgesetz [DG])
= $3b(6b + a)$

e) $3b^2 - 30b + 75$ | 3 ausklammern (Distributivgesetz [DG])
= $3(b^2 - 10b + 25)$ | faktorisieren mit der 2. Bin. Formel
= $3(b - 5)^2$

f) $24a^3b + 8ab - 40ab^2$ | $8ab$ ausklammern DG und sortieren
= $8ab(3a^2 - 5b + 1)$

Name:

Datum:

7. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgaben zu Grundlagen: Lösen von Gleichungen

Berechne die Lösungsmengen folgender Gleichungen, Beachte die Definitionsbereiche.

a) $0,2y - 2(1,8 - 3y) \cdot 0,5 - y = (-0,6 + y)(-2) + 2y$; $\mathbf{G} = \mathbf{Q}$

b) $(3x + 4)(2x + 3) = x^2 + 3(2x^2 + 5x)$; $\mathbf{G} = \mathbf{R}$

c) $(x + 3)(5 - x) - (x - 2x^2) = 27$; $\mathbf{G} = \mathbf{Z}$

d) $(2x + 5)^2 - (2x + 3)(x + 7) = 4 - x$; $\mathbf{G} = \mathbf{N}$

Ergebnisse zu Aufgabe 7:

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a) } 0,2y - 2(1,8 - 3y) \cdot 0,5 - y & = & (-0,6 + y)(-2) + 2y \quad | \text{ Klammern ausrechnen} \\
 0,2y - 1,8 + 3y - y & = & 1,2 - 2y + 2y \quad | \text{ auf jeder Seite zusammenfassen} \\
 2,2y - 1,8 & = & 1,2 \quad | +1,8 \\
 2,2y & = & 3 \quad | : 2,2 \\
 y & = & 1\frac{4}{11} \in \mathbf{Q} \\
 \mathbf{L} & = & \{1\frac{4}{11}\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b) } (3x + 4)(2x + 3) & = & x^2 + 3(2x^2 + 5x) \quad | \text{ Klammern ausrechnen} \\
 6x^2 + 17x + 12 & = & x^2 + 6x^2 + 15x \quad | -6x^2 \\
 17x + 12 & = & x^2 + 15x \quad | -17x - 12 \\
 0 & = & x^2 - 2x - 12 \quad p = -2; q = -12 \\
 \text{Diskriminante } D & = & 13 > 0 \\
 x_{1,2} & = & 1 \pm \sqrt{13} \in \mathbf{R} \\
 \mathbf{L} & = & \{1 - \sqrt{13}; 1 + \sqrt{13}\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{c) } (x + 3)(5 - x) - (x - 2x^2) & = & 27 \quad | \text{ Klammern ausrechnen} \\
 5x - 3x + 15 - x^2 - x + 2x^2 & = & 27 \quad | \text{ zusammenfassen} \\
 x^2 + x + 15 & = & 27 \quad | -27 \\
 x^2 + x - 12 & = & 0 \quad | \text{ faktorisieren mit der „4. Bin. Formel“} \\
 (x + 4)(x - 3) & = & 0 \quad | \\
 x = -4 \in \mathbf{Z} \text{ oder } x = +3 \in \mathbf{Z} & & \\
 \mathbf{L} & = & \{-4; +3\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{d) } (2x + 5)^2 - (2x + 3)(x + 7) & = & 4 - x \quad | \text{ Klammern ausrechnen} \\
 4x^2 + 20x + 25 - (2x^2 + 17x + 21) & = & 4 - x \quad | \text{ Klammern auflösen und zusammenfassen} \\
 2x^2 + 3x + 4 & = & 4 - x \quad | +x - 4 \\
 2x^2 + 4x & = & 0 \quad | \text{ faktorisieren mit dem Distributivgesetz} \\
 2x(x + 2) & = & 0 \quad | \\
 x = 0 \in \mathbf{N} \text{ oder } x = -2 \notin \mathbf{N} & & \\
 \mathbf{L} & = & \{0\}
 \end{array}$$

Name:

Datum:

8. GKM1 E10.1 Überprüfung der Zielvereinbarungen nach der 1. Klausur (Car.)

Aufgaben zum Erstellen von Gleichungen aus Sachaufgaben:

Die Handyrechnung von Vivian beträgt in diesem Monat für 114 Einheiten inclusive Grundgebühr 65,50 €. Sie ist geschockt und telefoniert im nächsten Monat nur 50 Einheiten. Der Rechnungsbetrag ist dann nur 40 €.

Berechne die Höhe der Grundgebühr und die Kosten pro Einheit.

Ergebnisse zu Aufgabe 8:

Gegeben ist:	Text	Term [€]
	114 Einheit incl. Grundgebühr kosten	65,50
	50 Einheit incl. Grundgebühr kosten	40
Gesucht sind:	Die Grundgebühr sei	G $G \in \mathbf{D} = \mathbf{R}^{>0}$
	Der Preis pro Einheit sei	x $x \in \mathbf{D} = \mathbf{R}^{>0}$

Dann gilt folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 114x + G = 65,50 \\ \text{II} \quad 50x + G = 40,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad G = 65,50 - 114x \\ \text{II} \quad G = 40,00 - 50x \end{array}$$

NR zu I: $40,00 - 50x = 65,50 - 114x \dots x = \frac{25,5}{64} \approx 0,40 \in \mathbf{R}^{>0}$

NR zu II: $G = 40 - 50 \frac{25,5}{64} \dots G = 20 \frac{5}{64} \approx 20 \in \mathbf{R}^{>0}$

Lösungsmenge: $\mathbf{L} = \{x \approx 0,40 \text{ €}; G \approx 20 \text{ €}\}$

Ergebnis: ... *Text im Sachzusammenhang!*