Wdh-Übungen GK M1 (Car.) Jgst. 11.1

Aufgabe 1 :

Bestimmen Sie zu jeder Funktion den Definitionsbereich $\mathbf{D}_f$, den Wertebereich $\mathbf{W}_f$, und lösen Sie die jeweils zusätzlich formulierten Aufgaben.

a) $f_1(x) = (x-3,5)^2$; $\mathbf{D}_{f\,1} =$; $\mathbf{W}_{f\,1} =$ In welchem Punkt schneidet der Graph von f_1 die y-Achse?

b) $f_2(x) = \dfrac{1}{x^2} - 2$ $\mathbf{D}_{f\,2} =$ $\mathbf{W}_{f\,2} =$ An welchen Stellen hat die Funktion den Wert +2?

Aufgabe 2 :

Untersuchen Sie folgende Funktion auf ihre Symmetrieeigenschaften bzgl. der y-Achse oder zum Ursprung.

$g(x) = 4\,\sin(x) \cdot \cos(x)$; $x \in \mathbf{D}_g =$

Aufgabe 3 :

Zeichnen Sie mit Hilfe eines geeigneten Verfahrens (graphisches V. oder Abbildungen einer geeigneten Grundfunktion) den Graphen von f in je ein geeignetes KS:

a) $f(x) = -0,5 \cdot 2^{x-2} + 1$; $x \in \mathbf{R}$.

b) $f(x) = 0,5\,x + \dfrac{2}{x}$; $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$.

Aufgabe 4 :

Berechnen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen, indem sie sie möglichst geschickt in Linearfaktoren zerlegen.

a) $f(x) = 2\,x^3 + 8\,x^2 + 8\,x$; $x \in \mathbf{R}$

b) $g(x) = 7\,x^4 - 63\,x^2$; $x \in \mathbf{R}$

Aufgabe 5:

a) Untersuchen Sie durch Rechnung, ob der Punkte A innerhalb, außerhalb oder genau auf dem Kreis k liegt.

k: $x^2 + y^2 + 4\,x + 2\,y - 20 = 0$ $A(-4,5 \mid 3)$

b) Wie liegt die Gerade g zum Kreis k?

k: $x^2 - 6\,x + 6\,y + y^2 = -9$ $g(x) = -0,5\,x$

Bitte hier falten:

....

Ergebnisse:

zu 1a) $\mathbf{D}_{f\,1} = \mathbf{R}$; $\mathbf{W}_{f\,1} = \mathbf{R}^{\geq 0}$; $N_y(0 \mid 12,25)$

zu 1b) $\mathbf{D}_{f\,2} = \mathbf{R} \setminus \{0\}$; $\mathbf{W}_{f\,2} = \mathbf{R}^{>-2}$; $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = +\frac{1}{2}$

zu 2) $\mathbf{D}_g = \mathbf{R}$; $g(-x) = 4\,\sin(-x) \cdot \cos(-x) = 4\,[-\sin(x)] \cdot \cos(x) = g(x)$; für alle $x \in \mathbf{D}_g = \mathbf{R}$

g ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung $(0 \mid 0)$

zu 3a) Die Grundfunktion ist $f_0(x) = 2^x$; 1.Verschiebung in x-Richtung um +2: $f_1(x) = f_0(x-2)$;

2.Stauchung mit dem Faktor $a = 0,5$: $f_2(x) = 0,5\,f_1(x)$ 3.Siegelung an der x-Achse: $f_3(x) = -f_2(x)$;

4.Verschiebung in y-Richtung um +1: $f_4(x) = f_3(x) + 1$

zu 3b) Die Teilfunktionen sind $u(x) = 0,5x$ und $v(x) = \frac{2}{x}$; Beide Einzelgraphen in ein KS zeichnen;

Charkteristische Punkte durch Ordinatenaddition finden: $(1 \mid 1,5)$; $(2 \mid 1,5)$; $(-1 \mid -1,5)$; $(-2 \mid -1,5)$

zu 4a $f(x) = 2x(x+2)^2$ Nullstellen: $x_1 = -2$; $x_2 = 0$ (doppelte)

zu 4b $f(x) = 7x^2(x+3)(x-3)$ Nullstellen: $x_1 = -3$; $x_2 = 0$ (doppelte); $x_3 = +3$

zu 5a) $M(-2 \mid -1)$; $r = \sqrt{15}$; $\overline{AM} = \sqrt{10,25} < \sqrt{15}$; A liegt im Kreisinneren;

zu 5b) $g(x) = -0,5x$ für y in die Kreisgleichung einsetzen: $x_1 = 1,2$; $x_2 = 6$