Aufgabe :

In einem Betrieb sind $40\,\%$ Frauen beschäftigt. Von allen Betriebsangehörigen sind $30\,\%$ Pendler (sie *pendeln* zum Betrieb). Unter den weiblichen Betriebsangehörigen ist der Anteil der Pendlerinnen $50\,\%$. Es seien folgende Ereignisse definiert.

T:="Eine betriebsangehörige Person *pendelt* zum Betrieb."
F:="Eine betriebsangehörige Person ist eine Frau."

Erstellen Sie eine Vierfeldertafel, beschreiben Sie mit Hilfe von **T** und **F** die gefragten Ereinisse und berechnen dann ihre Wahrscheinlichkeiten, wenn eine Person beliebig ausgewählt wird.

a) Zeigen Sie rechnerisch: $P(F \cap T) = 0,2$

b) "Die Person ist ein Mann, falls sie zum Betrieb *pendelt.*"

c) "Die Person *pendelt* zum Betrieb oder ist eine Frau."

d) "Die Person *pendelt* zum Betrieb, falls sie ein Mann ist."

(16 Pkte.)

Musterlösung : (Alle Voraussetzungen benennen, um das gegebene Problem in das Modell der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu übertragen.)

Ich fasse den Vorgang, dass eine Person zufällig von allen Betriebsangehörigen ausgewählt wird, als ein zweistufiges Zufallsexperiment auf. Jede Person hat genau zwei verschieden Merkmale. Die Ergebnismengen in den einzelnen Stufen seien:

$S_1 = \{F; \overline{F}\}$ mit F : = "Die Person ist eine Frau" $\overline{F}$: = "Die Person ist ein Mann."
$S_2 = \{T; \overline{T}\}$ mit T : = "Die betriebsangehörige Person pendelt zum Betrieb."

Folgende Wahrscheinlichkeitsmaße sind gegeben:
$P(F) = 0,4$; $P(\overline{F}) = 0,6$; $P(T) = 0,3$; $P(\overline{T}) = 0,7$;
und P("Die Person pendelt zum Betrieb unter der Bedingung, dass sie eine Frau ist.") $= P_F(T) = 0,5$

Die anderen Wahrscheinlichkeitsmaße lassen sich hieraus erschließen.

Vierfeldertafel:

	T	$\overline{T}$	
F	$P(F \cap T) = ... = 0,2$	$P(F \cap \overline{T}) = ... = 0,2$	$P(F) = 0,4$
$\overline{F}$	$P(\overline{F} \cap T) = ... = 0,1$	$P(\overline{F} \cap \overline{T}) = ... = 0,5$	$P(\overline{F} = 0,6$
	$P(T) = 0,3$	$P(\overline{T} = 0,7$	$P(S) = 1$

Dann hat das zweistufige Zufallsexperiment folgende Ergebnismenge:
$S = \{(F \cap T);\ (F \cap \overline{T});\ (\overline{F} \cap T);\ (\overline{F} \cap \overline{T})\}$
(S läßt sich auch mit Hilfe eines Baumdiagramms ermitteln.)

a) P("Die Person ist eine Pendlerin.") $= P(F \cap T) = P(F)\,P_F(T) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2$

b) $P_T(\overline{F}) = \frac{P(T \cap \overline{F})}{P(T)} = \frac{P(\overline{F} \cap T)}{P(T)} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$

c) $P(T \cup F) = P(T) + P(F) - P(T \cap F) = P(F) + P(T) - P(F \cap T) = ... = 0,5$

d) $P_{\overline{F}}(T) = \frac{P(T \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = ... = \frac{1}{6}$